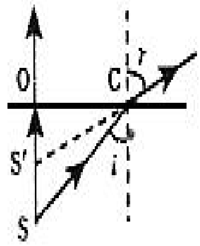
视深问题的解答方法 20220412

例题 1：位于水面下深 $H = 1.2m$ 处的鱼，从正上方观察时，看到鱼的视深度是多少？（水的折射率 $n = 4/3$）

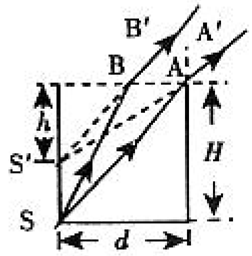


解法 1：如图所示。位于 S 的鱼（漫反射）发出的光由水和空气的界面折射后进入眼睛，折射光线好像由 S”发出，S”是 S 的视深位置。已知 $\overline{OS} = H$，设 $\overline{OS'} = h$。由图可知 $\overline{OC} = \overline{OS}\tan i = H\tan i = h\tan r$ 得 $h = H\tan i/\tan r$

因为从近正上方观察，i 和 r 都很小，由数学知识有 $\sin i \approx \tan r$，$\sin r \approx \tan r$

由上面的近似关系及折射定律可得：$h = H\sin i/\sin r = H/n = (3/4)\times 1.2 = 0.9m$

解法 2：这个问题可以从一般的情况着手分析，如图所示。从空气中观察池水深度时，池底 S 处发出的光线中有一小束（SA、SB 范围内）经水面折射后进入观察者的眼睛，A”A、B”B 的延长线交于 S”点，这就是 S 的虚像。由图可知：



由折射定律可得：$\sin i = d/\sqrt{h^2+d^2}$ $\quad \sin r = d/\sqrt{H^2+d^2}$

从正上方观察时，相 $n = \sqrt{(H^2+d^2)/(h^2+d^2)}$ 当于 d 等于零，则有 $n = H/h$

解得 $n = \sqrt{(H^2+d^2)/(h^2+d^2)}$ $\qquad h = H/n = 3H/4 = 0.9m$

点评：比较两种解法，解法 2 更具有推广的意义。

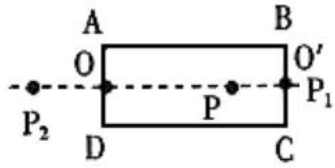
上式（其中 n 为介质的折射率，H 为物深，h 为视深，d 为折射点至通过 S 的竖直线的距离）可作为经验公式，对一般“物深、视深”问题进行推广使用。下面举例说明。

例题 2：有一圆柱形水桶高 16 cm，直径 12 cm，人在某处向桶内看能看到桶边缘下方 9 cm 处，若桶内装满水，则刚好能看到桶底边缘，求水的折射率 n。

解析：桶内装满水时，桶底边缘任一点 S 发出的光线折射，其反向延长线交桶边缘下方 9 cm 处，故 $H = 16cm$，$h = 9cm$，$d = 12cm$。根据推论公式可得：

$$n = \sqrt{(H^2+d^2)/(h^2+d^2)} = \sqrt{(16^2+12^2)/(9^2+12^2)} = 4/3$$

例题 3：如图所示为一矩形厚玻璃砖 ABCD 和两枚大头针 P_1P_2 的平面图，P_1 紧贴玻璃砖，P_1P_2 与 AB 平行。从左边沿 OO’观察，由 AD 面反射的 P_2 的像和通过玻璃砖看到的 P_1 的像恰好重合于 P 点。若 $\overline{AB}=\overline{CD}=90mm$，玻璃的折射率 $n=1.5$，求 P_1、P_2 两大头针的距离。



解析：P_2 的像在 P 点，根据平面镜成像规律可知，$OP_2=OP$。P_1 经玻璃砖折射成像于 P 点且 P、P_1 两点在一条直线上，类似于例 1 中在竖直方向观察水的深度，有 d=0,$H=OP_{21}$=90mm,h=OP。由推论有 n=H/h　　解得 $h=H/n=60mm$

所以 P_1、P_2 间的距离 $\overline{P_1P_2}=\overline{OP_1}+\overline{OP_2}=\overline{OP_1}+\overline{OP}=150mm$

思路点拨

作出从 P_1 发出的经 AD 而折射的光线，如图8－13所示(图中 i，γ 已被夸大)，它与 P_1P_2 连线的交点，即为沿箭头方向看时 P_1 经 AD 面折射所成像的位置．而 P_2 经 AD 面反射所成的像 P_2' 与 P_2 关于 AD 边对称，根据折射定律有 $n\sin i=\sin\gamma$，在 i 和 γ 很小时，$\sin i\approx\tan i=$

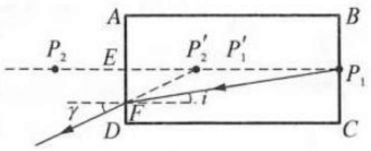


图 8－13

$\dfrac{EF}{AB}$，$\sin\gamma\approx\tan\gamma=\dfrac{EF}{P_1'E}$，则 $n\cdot\dfrac{EF}{AB}=\dfrac{EF}{P_2'E}$，代入数据得 $P_2'E=\dfrac{AB}{n}=\dfrac{90}{1.5}$ mm $=60$ mm，又 $P_2E=EP_2'=60$ mm，得两大头针的距离为 $P_1P_2=60$ mm $+90$ mm $=150$ mm.

拓展练习：如图所示，有一半径为 R 的玻璃半球放在水平桌面上，O 为球心，OP 为半径，在 OP 的中点处有一光源 S，从 P 点正上方往下观察，光源 S 距离 P 的距离为（已知玻璃的折射率等于 2；在角度θ很小的情况下：$\tan\theta\approx\sin\theta$，且$\theta$角对应的弧长与弦长可以认为近似相等）(　　)

A. $\dfrac{R}{4}$　B. $\dfrac{R}{3}$　C. $\dfrac{\sqrt{2}R}{4}$　D. $\dfrac{\sqrt{2}R}{3}$